Bài 1:

Đồ thị có chu trình Euler

Điều kiện cần và đủ để một đồ thị có chu trình Euler là mọi đỉnh của đồ thị đều có bậc chẵn hoặc có đúng hai đỉnh có bậc lẻ và hai đỉnh này có chung một cạnh.

Đồ thị 1

Các đỉnh của đồ thị 1 là 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9. Số cạnh của đồ thị 1 là 21.

Bậc của các đỉnh của đồ thị 1 như sau:

* 0: 3
* 1: 2
* 2: 3
* 3: 3
* 4: 2
* 5: 3
* 6: 2
* 7: 3
* 8: 2
* 9: 3

Ta thấy rằng số đỉnh có bậc lẻ là 6, trong đó có 3 đỉnh có bậc lẻ là 3 và 3 đỉnh có bậc lẻ là 2. Do đó, đồ thị 1 có chu trình Euler.

Đồ thị 2

Các đỉnh của đồ thị 2 là 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8. Số cạnh của đồ thị 2 là 20.

Bậc của các đỉnh của đồ thị 2 như sau:

* 0: 3
* 1: 2
* 2: 3
* 3: 3
* 4: 2
* 5: 3
* 6: 2
* 7: 3
* 8: 2

Ta thấy rằng số đỉnh có bậc lẻ là 6, trong đó có 3 đỉnh có bậc lẻ là 3 và 3 đỉnh có bậc lẻ là 2. Do đó, đồ thị 2 có chu trình Euler.

Đồ thị 3

Các đỉnh của đồ thị 3 là 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8. Số cạnh của đồ thị 3 là 21.

Bậc của các đỉnh của đồ thị 3 như sau:

* 0: 3
* 1: 2
* 2: 3
* 3: 3
* 4: 2
* 5: 3
* 6: 2
* 7: 3
* 8: 3

Ta thấy rằng số đỉnh có bậc lẻ là 4, trong đó có 2 đỉnh có bậc lẻ là 3 và 2 đỉnh có bậc lẻ là 1. Do đó, đồ thị 3 có chu trình Euler.

Đồ thị không có chu trình Euler

Đồ thị 4

Các đỉnh của đồ thị 4 là 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9. Số cạnh của đồ thị 4 là 22.

Bậc của các đỉnh của đồ thị 4 như sau:

* 0: 3
* 1: 2
* 2: 3
* 3: 3
* 4: 2
* 5: 3
* 6: 2
* 7: 3
* 8: 2
* 9: 4

Ta thấy rằng số đỉnh có bậc lẻ là 5, trong đó có 3 đỉnh có bậc lẻ là 3 và 2 đỉnh có bậc lẻ là 1. Do đó, đồ thị 4 không có chu trình Euler.

Kết luận:

* Đồ thị 1, 2, 3 có chu trình Euler.
* Đồ thị 4 không có chu trình Euler.